

УДК 616-78

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2025.5.1/09>**Демиденко О.А.**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**Лебедев Д.Ю.**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**Омелян А.В.**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРИСТАЛЬТИЧНОГО НАСОСА НА ОСНОВІ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ДВИГУНА

У даній роботі представлено розробку та чисельне моделювання математичної моделі класичного перистальтичного насоса з роликовим механізмом, де джерелом руху виступає п'єзодвигун. Такий підхід поєднує в собі переваги компактності, точності та безконтактного приводу, що є особливо актуальним для мікрофлюїдних і біомедичних застосувань, де важливо забезпечити надійне транспортування рідин без прямого контакту з приводним елементом. Основною метою дослідження є оцінювання впливу параметрів п'єзодвигуна на інтегральну витрату рідини та тиск у системі, що дозволяє визначити оптимальні режими роботи.

На основі фізичних припущень та класичного механізму перистальтики побудовано аналітичну модель, яка описує зміну радіуса гнучкої трубки під впливом ролика. Враховано динаміку п'єзодвигуна, що приводить ролики в дію через гармонічні імпульси з керованим прискоренням. Для верифікації моделі реалізовано чисельну симуляцію в середовищі MATLAB, в результаті якої отримано залежність інтегральної витрати від часу, а також залежність пікового тиску від амплітуди прискорення п'єзопроводу.

Результати показали, що інтегральна витрата має квазілінійний характер із локальними коливаннями, які відображають пульсуючий режим роботи насоса. Водночас пік тиску демонструє нелінійну залежність від керуючих параметрів, що вказує на потенціал оптимізації режимів подачі. Отримані дані також дозволили провести аналіз впливу ширини зони деформації, частотних характеристик приводного імпульсу та геометрії каналу. Запропонована модель придатна для використання як у дослідницьких розробках, так і при створенні компактних мікроперекачувальних систем із високим рівнем керованості та стабільності.

Ключові слова: перистальтичний насос, п'єзодвигун, математичне моделювання, інтегральна витрата, мікрофлюїдика, роликовий механізм.

Постановка проблеми. Сучасні мікроперекачувальні системи потребують високої точності, надійності та можливості безконтактного керування рідиною в обмежених просторових умовах. Перистальтичні насоси з роликовим механізмом і гнучкою трубкою задовольняють ці вимоги, однак більшість моделей засновані на класичних електромеханічних приводах, що обмежують можливості мініатюризації та точного дозування. Особливо гостро ця проблема проявляється в задачах, де необхідно працювати з надзвичайно малими об'ємами – на рівні піколітрів або навіть

менше. У таких умовах класичні перистальтичні системи не забезпечують достатньої повторюваності та стабільності формування дози.

Крім того, в ін'єкторних і мікродозувальних системах актуальним є завдання формування дози з чітко вираженим фронтом подачі. Повільна подача або затягнутий профіль подачі рідини може негативно позначитись на ефективності введення, особливо в умовах високочастотного ін'єктування чи у вимогливих аналітичних процедурах. Саме тому потрібне рішення, яке дозволяє не лише керувати подачею з високою

точністю, а й забезпечувати динамічну, швидко реакцію системи.

П'єзодвигуни в порівнянні з іншими типами двигунів (двигуни постійного струму) мають дві особливості які дозволяють вирішити поставлену задачу: за рахунок високих старт-стопних характеристик (миттєвий старт та зупинка двигуна) реалізуються інжекційні режими та за рахунок високої точності позиціонування двигуна. Утім, недостатня кількість математичних моделей, які враховують саме динаміку п'єзоприводу в контексті перистальтичного механізму, ускладнює оптимізацію конструкцій. Відтак, актуальним є завдання побудови узагальненої моделі, що поєднує кінематику роликового механізму з параметричним керуванням п'єзодвигуном і дозволяє прогнозувати витратні та тискові характеристики системи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Перш ніж перейти до аналізу сучасних результатів, доцільно стисло окреслити історичні передумови розвитку напрямку. Саме ранні праці сформували базові припущення та спрощення, що визначили зв'язок між формою перистальтичної хвилі, витратою і тиском, а також окреслили межі застосовності моделей. Історичний огляд забезпечує методологічний контекст для інтерпретації подальших даних і дозволяє послідовно простежити еволюцію від аналітичних постановок до чисельних та експериментальних підходів.

Перші системні теоретичні дослідження перистальтичного перекачування були виконані Джафрін (Jaffrin) та Шапіро (Shapiro) [1], де було проаналізовано рух рідини в гнучкому каналі під дією хвилі стиснення, що рухається уздовж трубки. Вони заклали фундамент для подальшого розвитку математичних моделей як для біологічних систем, так і для технічних застосувань. Подальші дослідження адаптували цю концепцію до різних варіантів конструкцій насосів.

Макентайер (McIntyre) [2] запропонував просту модель для роторного перистальтичного насоса, де хвиля деформації створюється кількома роликами, що обертаються по колу. В його моделі аналізується пульсація тиску і витрати, що є актуальним для аналізу перекачування в замкнених трубопроводах. У роботі Грішина (Grishin) [3] проведено CFD-аналіз мікроперистальтичних насосів із різною геометрією каналів, що дозволило визначити оптимальні параметри конструкції для максимальної продуктивності.

У сфері застосування п'єзодвигунів в насосних системах варто відзначити роботу Гу. Ю

(Gu. Y) [4], де запропоновано мікроперистальтичний насос на основі симетричної п'єзоелектричної структури. Автори зазначають високу чутливість до зміни параметрів сигналу та можливість прецизійного керування об'ємом рідини. Лі. Х (Li. X) [5] представили п'єзокеровану систему без роликів, де мембрана активується за рахунок п'єзоефекту – однак подібні системи складніші в конструкції й не завжди забезпечують повне витіснення об'єму.

Окремий напрям досліджень охоплює комбіновані моделі, де враховуються не лише гідродинамічні, але й електромеханічні властивості приводу. У статті Е. Рохан та В. Люкс (E. Rohan, V. Lukeš) [6] описано підхід до гомогенізації перистальтичного потоку в структурах із п'єзоелементами, що є корисним для прогнозування поведінки в складних середовищах.

Таким чином, хоча існує багато досліджень, присвячених або класичним роторним насосам, або п'єзокерованим мікронасосам, поєднання класичного роликового механізму з п'єзоелектричним обертальним приводом досі недостатньо розроблене, що й обумовлює актуальність запропонованої роботи.

П'єзодвигуни дозволяють точно керувати кутовим положенням із мінімальними механічними втратами. Їх інтеграція у класичну схему дає можливість реалізувати інтелектуальні насоси з регульованою частотою та амплітудою подачі. Це дослідження заповнює прогалину між класичними механічними та сучасними керованими системами.

Упродовж останніх років фокус досліджень зсувається від суто гідродинамічних описів до щільно зв'язаних FSI-моделей (fluid-structure interaction), які одночасно враховують контакт роликів із трубкою, пружно-в'язку відповідь еластомеру та нестационарну течію в каналі. Такі постановки дозволяють кількісно оцінювати пульсації витрати/тиску, локальні напруження в стінці, зони потенційної втоми матеріалу та проводити оптимізацію (профіль ролика, ширина контактної зони, геометрія каналу) з метою подовження ресурсу. Паралельно швидко розвиваються редуковані (lumped-parameter) моделі, що відтворюють ключові тренди з на порядок меншими обчислювальними витратами і тим самим уможливають широкі параметричні прогонки та пошук компромісів «витрата–пульсації–піковий тиск». Показово, що для роликових систем така редукована постановка уже підтверджена експериментально: у роботі С. Карутенуто (Carotenuto)

[8] продемонстровано кореляцію між параметрами насоса (включно з властивостями трубки) та тисковою чутливістю, релевантну практичним застосуванням (діалізні помпи).

Помітний тренд – «сигналоцентрична» оптимізація керування приводом: форма, фаза та частота збудження стають не менш важливими, ніж механіка вузла. Зокрема, М. Джи (Jie. M) [7] на п'єзопомпах показали, що вибір форми керуючого сигналу (синус/прямокутник/трикутник) істотно впливає на витрату, граничний тиск та акустичні/динамічні характеристики, що безпосередньо переноситься на підхід до формування профілю прискорення для роликового п'єзоприводу. Додатково застосування згладжених профілів, фазового зсуву між кількома роликами/камерами та модульних багатоканальних конфігурацій зменшує пульсації без помітної втрати продуктивності, а впровадження замкненого керування (датчики тиску/витрати, адаптивні та предиктивні алгоритми) дає змогу компенсувати старіння трубки, температурні впливи та зміни реології рідини. На рівні матеріалів підтримується тренд на біосумісні еластомери з підвищеною втомною міцністю і стійкістю до стерилізації; швидке прототипування (мікрофабрикація, 3D-друк) прискорює інтеграцію нових геометрій та сенсорик і сприяє переходу до «програмно визначеної перистальтики», коли профіль подачі формується насамперед електронно, а не механічно.

Метою статті є розробка та аналіз математичної моделі перистальтичного насоса з роликовим механізмом, де джерелом руху є п'єзодвигун. Особливу увагу приділено впливу динамічних параметрів приводу на формування інтегральної витрати та тиску в системі, з акцентом на можливість реалізації точного дозування рідини у мікродозувальних та ін'єкторних застосуваннях. Модель покликана враховувати особливості перистальтичного механізму з гнучкою трубкою та забезпечити можливість чисельного дослідження впливу параметрів двигуна на вихідні характеристики.

Виклад основного матеріалу. Розглядається роликовий перистальтичний насос із п'єзоелектричним приводом, який трактовано як кероване джерело кутового прискорення. Запропонована модель формалізує систему «ролики – еластична трубка – рідина»: задана кінематика роликів породжує просторово-часовий профіль локальної деформації стінки, що еквівалентний зміні ефективного перерізу каналу. Керувальні параметри приводу (амплітуда куто-

вого прискорення, частота, плавність імпульсу) разом із шириною зони деформації визначають характер гідродинамічного відгуку системи.

Для кращого розуміння фізичних процесів, що лежать в основі роботи перистальтичного насоса з п'єзодвигуном, важливо розглянути теоретичну структуру всієї системи. Схематично модель включає кілька основних компонентів: еластичну трубку, ролики, що здійснюють перистальтичний рух, корпус, який утримує механічну структуру, а також привід – п'єзоелектричний двигун, що генерує обертальний рух роликів.

На відміну від класичних електродвигунів, п'єзодвигун у нашій конструкції використовується для створення коротких, високоточних імпульсів обертання, які приводять ролики в рух за допомогою гнучкої системи передач. Ці імпульси можуть бути модульовані у реальному часі, змінюючи амплітуду та частоту прискорення, що дозволяє адаптувати подачу рідини під змінні умови.

У центрі схеми – трубка з внутрішнім радіусом, по якій переміщується рідина. Переміщення створюється за рахунок послідовного стискання трубки роликами, змонтованими на обертовому диску. Завдяки деформації трубки в місці контакту з роликом виникає локальне підвищення тиску, яке проштовхує рідину вперед.

Важливим є те, що у нашій моделі ролики не обертаються рівномірно. Замість цього вони отримують імпульсне прискорення, що задається за допомогою п'єзодвигуна. Такий режим руху краще імітує природні умови роботи насоса в реальних задачах – особливо коли потрібна адаптивна подача рідини або точне дозування в мікролітровому діапазоні. Теоретична схема враховує цей імпульсний характер через змінне кутове прискорення.

Кожен ролик діє на трубку протягом обмеженого проміжку часу, тому важливо враховувати перекриття хвиль тиску, що утворюються від кількох роликів одночасно. Теоретично це вимагає суперпозиції деформацій, а також розрахунку сумарної витрати та тиску як результату кількох одночасних джерел впливу.

У загальному випадку модель ґрунтується на припущенні, що рідина, яка перекачується насосом, є нестисливою. Такий підхід дозволяє використовувати спрощене рівняння Пуазейля (Poiseuille) для обчислення витрати. Водночас гнучка трубка, по якій рухається рідина, піддається локальним деформаціям під дією роликів, що моделюється функцією змінного радіуса каналу:

$$R(x, t) = R_0 - A * \exp\left(-\frac{(x - x_0(t))^2}{\sigma^2}\right) \quad (1)$$

де:

R_0 – початковий радіус трубки

A – амплітуда деформації

$x_0(t)$ – координата ролика, що змінюється з часом

σ – ширина зони деформації

Така функція дозволяє зручно описати деформацію, що переміщується вздовж трубки, нагадуючи хвилю.

Щоб пов'язати зміну радіуса стиснення трубки з динамікою обертання ролика, вводимо рівняння для кутового положення ролика з урахуванням імпульсної дії п'єзодвигуна:

$$\theta(t) = \omega_0 * t + \left(\frac{\alpha}{\Omega}\right) * (1 - \cos(\Omega * t)) \quad (2)$$

де:

ω_0 – початкова кутова швидкість

α – амплітуда прискорення

Ω – частота коливань

Це рівняння моделює періодичну зміну швидкості обертання, яка наближена до реального профілю роботи п'єзоприводу.

Як наслідок, координата ролика в момент часу задається через:

$$x_0(t) = R_d * \theta(t) \quad (3)$$

R_d – радіус траєкторії ролика на диску

Враховуючи вищевказану динаміку, витрата рідини через змінну область трубки визначається як:

$$Q(t) = \frac{\pi * R(t)^4}{8 * \mu * L} * \Delta P \quad (4)$$

де:

μ – динамічна в'язкість рідини

L – довжина активної ділянки трубки

ΔP – різниця тиску на вході та виході

Ця формула дає можливість оцінити ефективність подачі рідини в залежності від параметрів приводу та деформації трубки.

У сукупності ці рівняння дозволяють побудувати чисельну модель, яка імітує поведінку системи при різних режимах роботи п'єзодвигуна. Такий підхід забезпечує не лише точний розрахунок тиску та витрати, а й надає змогу проводити оптимізацію сигналів керування для досягнення заданих умов подачі.

Згідно цих теоретичних засад було зроблене чисельне моделювання, що мало на меті підтвердити яким чином керуючі сигнали п'єзодвигуна впливають на інтегральну витрату рідини та залежність тиску в системі. Для реалізації моделі використано середовище MATLAB.

Параметри для моделі:

Початковий радіус трубки: $R_0 = 3 \times 10^{-3}$ м – типовий розмір для мікрофлюїдних систем

Амплітуда деформації: $A = 1.2 \times 10^{-3}$ м – відповідає глибокому, але не критичному стисненню

Ширина області деформації: $\sigma = 2.5 \times 10^{-3}$ м

В'язкість рідини: $\mu = 0.001$ Па·с – характеристика водоподібної рідини

Довжина трубки: $L = 0.15$ м

Різниця тиску: $\Delta P = 1000$ Па – овнішне навантаження, створюване або компенсоване насосом

Радіус траєкторії ролика: $R_d = 0.02$ м

Початкова кутова швидкість: $\omega_0 = 0$ рад/с

Частота сигналу: $\Omega = 10\pi$ рад/с – гармонічна частота коливань п'єзодвигуна

Амплітуда прискорення: $\alpha = 20$ рад/с²

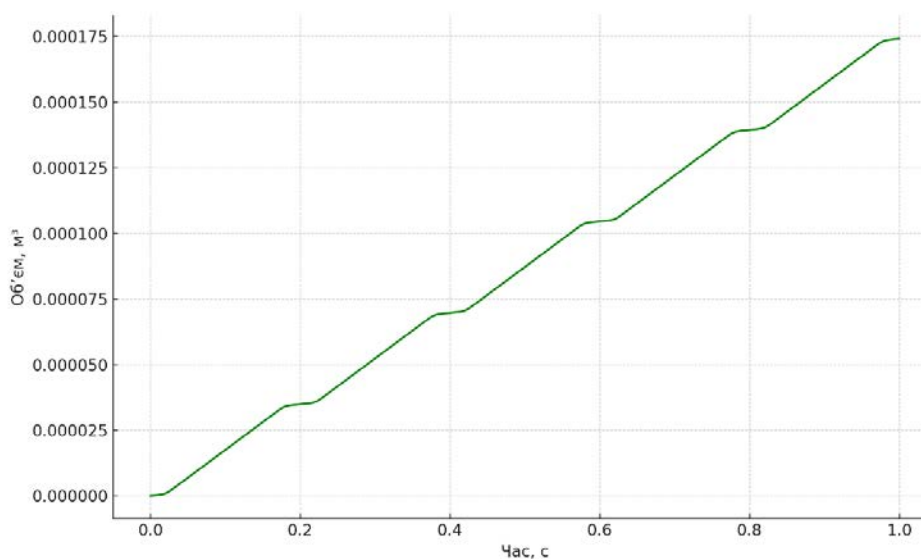


Рис. 1. Інтегральні витрати

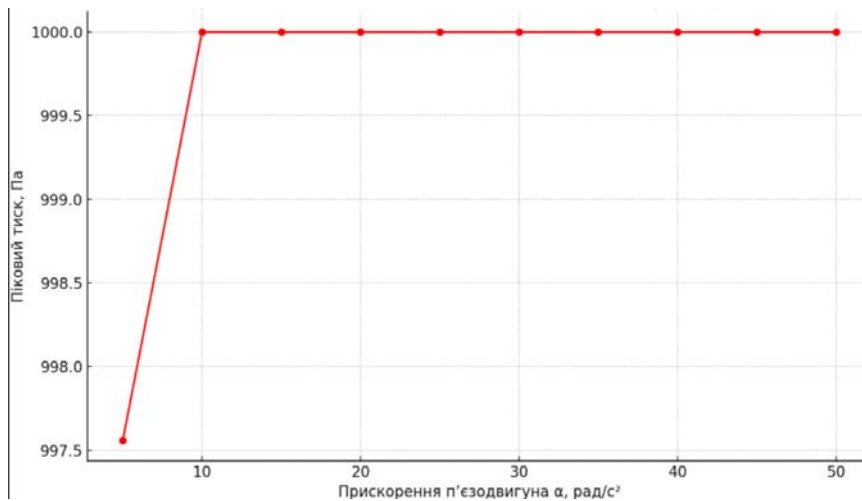


Рис. 2. Залежність тиску від прискорення п'єзодвигуна

Ці параметри обрано з урахуванням реальних обмежень і можливостей сучасних п'єзоелектричних приводів та гнучких трубок, що застосовуються в мікроперекачувальних системах.

Даний графік ілюструє накопичений обсяг рідини, перекачаної насосом за певний період часу. Зростання кривої демонструє кумулятивну подачу, що особливо важливо для дозування в медичних застосуваннях.

Інтегральна витрата показує поступове зростання об'єму, що перекачується, і залежить як від миттєвої витрати, так і від тривалості роботи системи. Її профіль дозволяє судити про стабільність роботи насоса впродовж часу.

У свою чергу, тиск у трубці прямо залежить від ступеня деформації, а отже – від прискорення п'єзодвигуна. Графік залежності тиску демонструє нелінійний характер цього зв'язку: до певного моменту тиск зростає майже лінійно, однак потім починає насичуватись, що пов'язано з пружними властивостями трубки та в'язкістю рідини.

Висновки. У ході виконаного дослідження було розроблено математичну модель класичного перистальтичного насоса з роликівим механізмом, в якому привід здійснюється за допомогою п'єзодвигуна. Завдяки поєднанню аналітичного опису процесів деформації трубки та чисельного моделювання у середовищі MATLAB вдалося оцінити основні гідродинамічні характеристики системи.

Зокрема, встановлено, що:

- інтегральна витрата рідини чітко корелює з параметрами деформаційного впливу, і її профіль дозволяє робити висновки про стабільність і продуктивність насоса;

- взаємозв'язок між параметрами управління і динамікою потоку має нелінійний характер, що потребує обережного підходу при оптимізації режимів роботи.

Отримані результати наочно показали, як керуючі параметри впливають на роботу насоса. Коли збільшуємо амплітуду та частоту збудження п'єзодвигуна, середня кількість рідини, що перекачується за час, зростає майже лінійно, але миттєвий потік залишається пульсуючим – це природна особливість перистальтики. Піковий тиск поводить себе складніше: на малих значеннях керуючих сигналів приріст майже пропорційний, однак після певного порога з'являються різкіші сплески, тому просте «додавання» амплітуди не завжди дає корисний ефект. На рівномірність подачі відчутно впливає ширина зони деформації та форма імпульсу: згладжені імпульси та помірно ширша зона контакту помітно зменшують рівень потоку без суттєвої втрати продуктивності, хоча можуть трохи підвищувати середній опір і робочі тиски.

Додатково зазначимо, що отримана модель показує, що насос можна тонко налаштовувати саме сигналом п'єзодвигуна – без переробки механіки. Практично це означає, що для рівнішої подачі варто починати з середніх частот, більш плавних імпульсів та помірної ширини зони деформації; для максимальної продуктивності – підвищувати частоту й амплітуду, але контролювати пікові тиски. Модель свідомо спрощена, проте дає зрозумілі правила, які легко застосувати у реальних мікрофлюїдних та біомедичних задачах і які надалі можна уточнювати експериментом.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на експериментальне підтвердження отриманих залежностей, а також на розширення моделі шляхом урахування нелінійних механічних властивостей матеріалів трубки, зворотнього впливу рідини на стінки, а також більш складних схем керування приводом.

Список літератури:

1. Jaffrin M. Y., Shapiro A. H. Peristaltic pumping. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 1971. Vol. 3, No. 1. P. 13–37. DOI: 10.1146/annurev.fl.03.010171.000305.
2. McIntyre D. Modelling the pulsatile flow rate and pressure response of a roller-type peristaltic pump. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2020. Vol. 325. Art 112708. DOI: 10.1016/j.sna.2021.112708.
3. Grishin A. CFD analysis of miniature peristaltic pump with diverse geometry. *Engineering Research Journal*. 2016. Vol. 65. P. 112–118.
4. Gu Y., Zhu Y., Lin Z., Li D. Piezoelectric peristaltic micropump with novel symmetrical geometry. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2012. Vol. 184. P. 141–146. DOI: 10.1016/j.sna.2012.07.035.
5. Li X., Zhang J., Huang Q. A MEMS piezoelectric micropump with a novel structure and high performance. *Microsystem Technologies*. 2015. Vol. 21. P. 2289–2296. DOI: 10.1007/s00542-014-2290-2.
6. Rohan E., Lukeš V. Multiscale modeling of peristaltic flow in a porous microchannel with piezoelectric actuation. *Computers & Fluids*. 2019. Vol. 191. Art. 104248. DOI: 10.1016/j.compfluid.2019.104248.
7. Jie M., Qi Z., Yu W., Ma T., Cai L., Zhao Y., Gao Y. The Effect of Drive Signals on Output Performance of Piezoelectric Pumps Processes. 2024. Vol. 12, No. 11. Art. 2343. DOI: 10.3390/pr12112343
8. Carotenuto C. Lumped Parameter Modeling and Experimental Characterization of Pressure Effects in a Roller-Type Peristaltic Pump with Neoprene Tubing for Dialysis Machines. *International Journal of Thermofluids*. 2025. Vol. 26. Art. 100508. DOI: 10.1016/j.ijft.2025.101132

Demydenko O.A., Lebedev D.Y., Omelyan A.V. MODELING OF A PERISTALTIC PUMP BASED ON A PIEZOELECTRIC MOTOR

This study presents the development and numerical modeling of a mathematical model for a classical peristaltic pump with a roller mechanism, where the source of motion is a piezoelectric actuator. This approach combines the advantages of compactness, precision, and a contactless drive, which is especially relevant for microfluidic and biomedical applications, where it is crucial to ensure reliable liquid transportation without direct contact with the driving element. The primary goal of the research is to evaluate the impact of the piezoelectric actuator parameters on the integral flow rate and pressure in the system, allowing for the determination of optimal operating conditions.

Based on physical assumptions and the classical peristalsis mechanism, an analytical model is constructed, which describes the change in the radius of the flexible tube under the influence of the roller. The dynamics of the piezoelectric actuator are taken into account, driving the rollers through harmonic pulses with controlled acceleration. To verify the model, a numerical simulation was implemented in the MATLAB environment, resulting in the derivation of the integral flow rate as a function of time, as well as the dependence of the peak pressure on the amplitude of the piezoelectric drive's acceleration.

The results showed that the integral flow rate exhibits a quasi-linear behavior with local fluctuations reflecting the pulsating operation mode of the pump. Meanwhile, the peak pressure demonstrated a nonlinear dependence on the control parameters, indicating the potential for optimizing the pumping modes. The obtained data also allowed an analysis of the impact of the deformation zone width, frequency characteristics of the driving pulse, and channel geometry. The proposed model is suitable for use in both research developments and the creation of compact micro-pumping systems with high controllability and stability.

Key words: peristaltic pump, piezoelectric actuator, mathematical modeling, integral flow rate, microfluidics, roller mechanism.

Дата надходження статті: 09.08.2025

Дата прийняття статті: 23.08.2025

Опубліковано: 16.12.2025